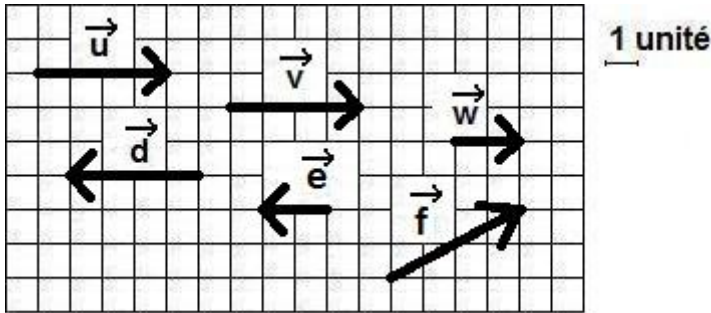


Vecteurs

Vecteurs	1
1. Égalité de deux vecteurs	2
2. Addition de deux vecteurs	3
3. Produit d'un vecteur par un réel	5
4. Calculer avec des vecteurs	6
5. Placer un point défini par une égalité vectorielle	7
6. Le milieu d'un segment	8
7. Le centre de gravité du triangle	8
8. Colinéarité	9
9. Vecteurs - Résumé	12
10. Solutions détaillées	13

1. Égalité de deux vecteurs

Exercice 1



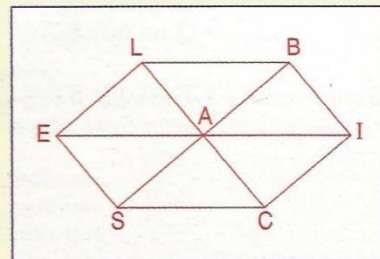
- 1) Est-ce que $\vec{u} = \vec{v}$? Pourquoi ?
- 2) Est-ce que $\vec{u} = \vec{w}$? Pourquoi ?
- 3) Est-ce que $\vec{u} = \vec{d}$? Pourquoi ?
- 4) Est-ce que $\vec{u} = \vec{e}$? Pourquoi ?
- 5) Est-ce que $\vec{u} = \vec{f}$? Pourquoi ?

Exercice 2

Cet exercice est l'exercice-test 1 de la page 257 du livre «MATH 2^{de} - PROGRAMME 1990 - NOUVEAU TRANSMATH - NATHAN».

Sur la figure ci-contre, les six quadrilatères ACIB, BLAI, ABLE, SALE, CAES, SAIC, sont des parallélogrammes.

Indiquez tous les vecteurs égaux à $\vec{EL}$, à $\vec{LB}$, à $\vec{AE}$, à $\vec{AL}$.



Solution de l'exercice 1

- 1) $\vec{u} = \vec{v}$ car ils ont la même direction, le même sens et la même norme.
- 2) $\vec{u} \neq \vec{w}$ car ils n'ont pas la même norme.
- 3) $\vec{u} \neq \vec{d}$ car ils n'ont pas le même sens.
- 4) $\vec{u} \neq \vec{e}$ car ils n'ont pas la même norme.
- 5) $\vec{u} \neq \vec{f}$ car ils n'ont pas la même direction.

Solution de l'exercice 2

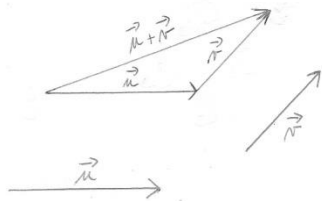
Les vecteurs égaux à $\vec{EL}$ sont $\vec{SA}$, $\vec{CI}$, $\vec{AB}$.

Les vecteurs égaux à $\vec{LB}$ sont $\vec{EA}$, $\vec{SC}$, $\vec{AI}$.

Les vecteurs égaux à $\vec{AE}$ sont $\vec{IA}$, $\vec{CS}$, $\vec{BL}$.

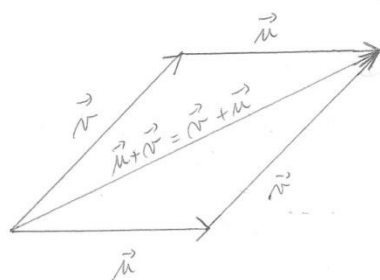
Les vecteurs égaux à $\vec{AL}$ sont $\vec{IB}$, $\vec{SE}$, $\vec{CA}$.

2. Addition de deux vecteurs

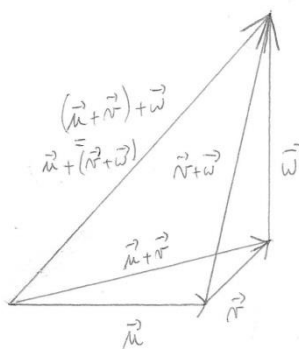


$$\vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$$

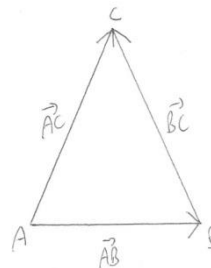
L'addition est commutative :



L'addition est associative :



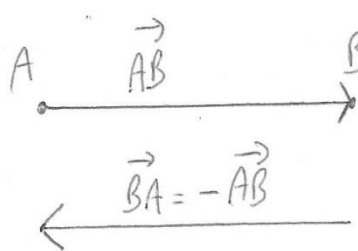
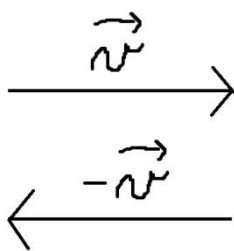
Relation de Chasles : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$



Opposé d'un vecteur :

$$\forall \vec{u}, \exists \vec{v}, \vec{u} + \vec{v} = \vec{0} = \vec{v} + \vec{u}$$

$\vec{v}$ est l'opposé de $\vec{u}$, on le note $-\vec{u}$



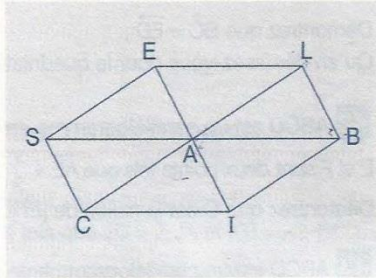
La différence du vecteur $\vec{u}$ et du vecteur $\vec{v}$ est le vecteur noté $\vec{u} - \vec{v}$ défini par $\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$.

Exercice 3

Cet exercice est l'exercice 9 de la page 275 du livre «MATH 2^{de} - PROGRAMME 1990 - NOUVEAU TRANSMATH - NATHAN».

Sur la figure, les quadrilatères SALE, SAIC, SCAE, BAEL, LAIB et BACI sont des parallélogrammes.
En n'utilisant que les points de la figure, écrivez chacun des vecteurs suivants sous la forme d'un seul vecteur.

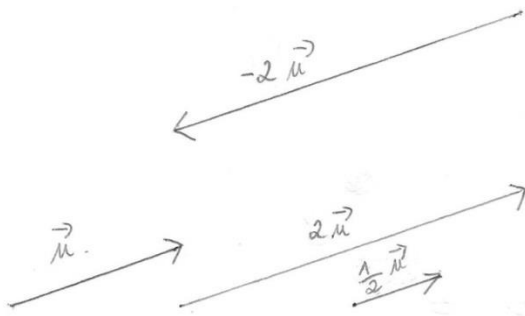
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AL}$;
 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BL} + \overrightarrow{LA}$;
 $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AL}$;
 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AL} + \overrightarrow{AE}$;
 $\overrightarrow{EL} - \overrightarrow{IB}$;
 $\overrightarrow{AE} - (\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{SC})$;
 $\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{LB}$;
 $\overrightarrow{SI} - \overrightarrow{EL} - \overrightarrow{SL}$;
 $\overrightarrow{SI} - \overrightarrow{EL} + \overrightarrow{SL}$.



Solution de l'exercice 3

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AL} = \overrightarrow{SL}$
 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BL} + \overrightarrow{LA} = \vec{0}$
 $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AL} = \overrightarrow{LB}$
 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AL} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CL}$
 $\overrightarrow{EL} - \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{EA}$
 $\overrightarrow{AE} - (\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{SC}) = \overrightarrow{IS}$
 $\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{LB} = \overrightarrow{SE}$
 $\overrightarrow{SI} - \overrightarrow{EL} - \overrightarrow{SL} = \overrightarrow{LC}$
 $\overrightarrow{SI} - \overrightarrow{EL} + \overrightarrow{SL} = \overrightarrow{SB}$

3. Produit d'un vecteur par un réel



$$k \cdot \vec{0} = \vec{0} \text{ pour tout } k \in \mathbb{R}$$

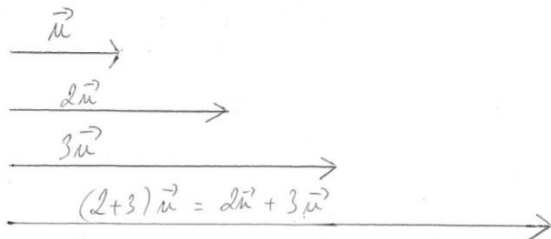
$$0 \cdot \vec{u} = \vec{0}$$

$$1 \cdot \vec{u} = \vec{u}$$

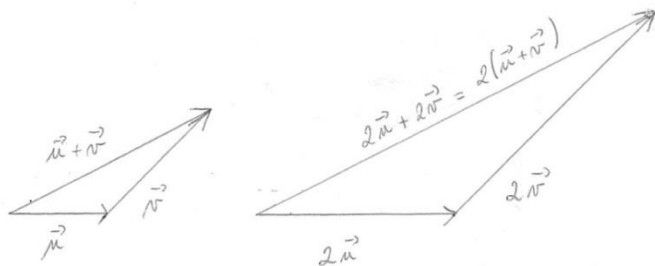
$$-1 \cdot \vec{u} = -\vec{u}$$

$$k \cdot \vec{u} = \vec{0} \text{ ssi } k = 0 \text{ ou } \vec{u} = \vec{0}$$

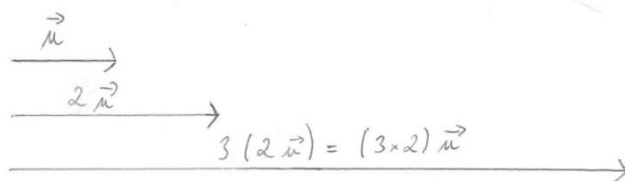
$$(k + k') \cdot \vec{u} = k \cdot \vec{u} + k' \cdot \vec{u} \text{ pour tout } k, k' \in \mathbb{R}$$



$$k \cdot (\vec{u} + \vec{v}) = k \cdot \vec{u} + k \cdot \vec{v} \text{ pour tout } k \in \mathbb{R}$$



$$k \cdot (k' \cdot \vec{u}) = (k k') \cdot \vec{u} \text{ pour tout } k, k' \in \mathbb{R}$$



4. Calculer avec des vecteurs

Exercice 4

Cet exercice est l'exercice 20 de la page 275 du livre «MATH 2^{de} - PROGRAMME 1990 - NOUVEAU TRANSMATH - NATHAN».

Écrivez chacun des vecteurs suivants sous la forme d'un seul vecteur :

a) $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$; b) $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) - (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC})$;

c) $\overrightarrow{CD} - (\overrightarrow{FE} - \overrightarrow{GH}) - \overrightarrow{EH} - \overrightarrow{GF} - \overrightarrow{DK} + \overrightarrow{CK}$.

Exercice 5

Cet exercice est l'exercice 22 la page 275 du livre «MATH 2^{de} - PROGRAMME 1990 - NOUVEAU TRANSMATH - NATHAN».

Simplifiez l'écriture des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$:

$$\vec{u} = 3\left(\vec{i} - \frac{2}{9}\vec{j}\right) - \frac{2}{3}(3\vec{i} - \vec{j}); \quad \vec{v} = -\frac{1}{2}(\vec{i} - \vec{j}) + \frac{1}{2}(\vec{i} + \vec{j});$$

$$\vec{w} = -\frac{3}{4}(2\vec{i} + \vec{j}) + 2\left(\frac{5}{2}\vec{i} - \frac{3}{4}\vec{j}\right).$$

Solution de l'exercice 4

a) $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$

b) $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) - (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{BD}$

c) $\overrightarrow{CD} - (\overrightarrow{FE} - \overrightarrow{GH}) - \overrightarrow{EH} - \overrightarrow{GF} - \overrightarrow{DK} + \overrightarrow{CK} = 2\overrightarrow{CD}$

Solution de l'exercice 5

$$\vec{u} = \vec{i}$$

$$\vec{v} = \vec{j}$$

$$\vec{w} = \frac{7}{2}\vec{i} - \frac{9}{4}\vec{j}$$

5. Placer un point défini par une égalité vectorielle

Exercice 6

Ces exercices sont les exercices 29, 30, 31, 32 de la page 276 du livre «MATH 2^{de} - PROGRAMME 1990 - NOUVEAU TRANSMATH - NATHAN».

ABC est un triangle.

Placez les points M et N.

1) a) $\overrightarrow{MA} = -2 \overrightarrow{BA}$;

b) $\overrightarrow{NB} = \frac{3}{2} \overrightarrow{AB}$.

2) a) $\overrightarrow{BM} = \frac{5}{4} \overrightarrow{AB}$;

b) $\overrightarrow{NB} = -\frac{3}{2} \overrightarrow{AB}$.

3) a) $\overrightarrow{MC} = 2 \overrightarrow{AB}$;

b) $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} = \vec{0}$.

4) a) $\overrightarrow{MA} + 2 \overrightarrow{MB} = \vec{0}$;

b) $2 \overrightarrow{NA} = 6 \overrightarrow{NB}$.

6. Le milieu d'un segment

Définition

M est le milieu du segment $[AB]$ ssi $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$

7. Le centre de gravité du triangle

Définition

G est le centre de gravité du triangle ABC ssi $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

Propriété

Les médianes d'un triangle sont concourantes (elles se coupent en un même point).

Leur point d'intersection est le centre de gravité.

Le centre de gravité est situé aux deux tiers d'une médiane en partant du sommet dont elle est issue.

Preuve

Soient A' , B' et C' les milieux respectifs des segments $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$.

G est le centre de gravité du triangle ABC .

On a : $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$$

$$3\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

$$3\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'C}$$

$$3\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{AA'} \text{ car } A' \text{ est le milieu du segment } [BC]$$

$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$$

De même : $\overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BB'}$

$$\overrightarrow{CG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CC'}.$$

G appartient à chacune des médianes du triangle, elles sont donc concourantes et leur point d'intersection est le centre de gravité du triangle ABC .

c.q.f.d.

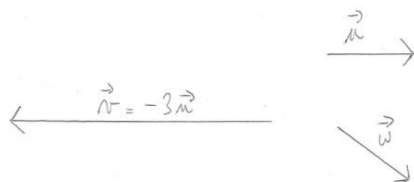
8. Colinéarité

Définition

Définition « ... et ... sont colinéaires »

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

ssi $\vec{u} = \vec{0}$ ou $\vec{v} = \vec{0}$ ou $\exists k \in \mathbb{R}^*, \vec{u} = k \cdot \vec{v}$



$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

$\vec{u}$ et $\vec{w}$ ne sont pas colinéaires

Propriété

Soient $\vec{i}$ et $\vec{j}$ deux vecteurs non-colinéaires et x, y, x', y' des réels.

Alors : $x\vec{i} + y\vec{j} = x'\vec{i} + y'\vec{j} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$.

Preuve

$\Leftarrow$: trivial.

$\Rightarrow$:

Supposons que $x\vec{i} + y\vec{j} = x'\vec{i} + y'\vec{j}$.

$$x\vec{i} - x'\vec{i} = y'\vec{j} - y\vec{j}$$

$$(x - x')\vec{i} = (y' - y)\vec{j}$$

Si $x \neq x'$ alors $\vec{i} = \frac{(y' - y)}{(x - x')} \vec{j}$

$$\frac{(y' - y)}{(x - x')} \neq 0 \text{ car } \vec{i} \neq \vec{0}$$

$$\exists k \in \mathbb{R}^*, \vec{i} = k \cdot \vec{j}$$

$\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont colinéaires

on a une contradiction.

Donc, $x = x'$.

De même, on prouve que $y = y'$.

Conclusion : $\begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$.

c.q.f.d.

Propriété

Les points A , B et C sont alignés ssi les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

Propriété

Les droites (AB) et (CD) sont parallèles ssi les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

Les exercices suivants sont les exercices 46, 47, 48 de la page 276, et les exercices 49, 55, 59 de la page 277 du livre «MATH 2^{de} - PROGRAMME 1990 - NOUVEAU TRANSMATH - NATHAN».

Exercice 7

A et B sont deux points donnés, C est le point tel que $3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} = \vec{0}$.

1. Justifiez que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.
2. Placez le point C.

Exercice 8

Même exercice que le précédent avec $\frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} = \vec{0}$.

Exercice 9

$\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont deux vecteurs. Montrez que les vecteurs $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ et $\vec{v} = \frac{2}{3}\vec{i} - \vec{j}$ sont colinéaires.

Exercice 10

Même exercice que le précédent avec :
 $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ et $\vec{v} = -\frac{1}{3}\vec{i} - \frac{1}{2}\vec{j}$.

Exercice 11

ABCD est un parallélogramme, I est le milieu de [AB].
E est le point tel que $\overrightarrow{DE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DI}$.

1. Prouvez que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$.
2. Déduisez-en que les points A, C et E sont alignés.

Exercice 12

ABC est un triangle et O est un point quelconque.
Le point I est le milieu de [AC] et P est le point tel que :

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} - 2\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}.$$

Montrez que les droites (OP) et (IB) sont parallèles.

9. Vecteurs - Résumé

Propriétés admises

$$\begin{aligned}\vec{u} + \vec{v} &= \vec{v} + \vec{u} && \text{(la somme est commutative)} \\ (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} &= \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w}) && \text{(la somme est associative)} \\ \vec{u} + \vec{0} &= \vec{u} \\ \forall \vec{u}, \exists \vec{v}, \vec{u} + \vec{v} &= \vec{0} = \vec{v} + \vec{u} && (\vec{v} \text{ est l'opposé de } \vec{u}, \text{ on le note } -\vec{u}) \\ (k + k').\vec{u} &= k.\vec{u} + k'.\vec{u} && \forall k \in \mathbb{R}, \forall k' \in \mathbb{R} \\ k.(\vec{u} + \vec{v}) &= k.\vec{u} + k.\vec{v} && \forall k \in \mathbb{R} \\ k.(k'.\vec{u}) &= (kk').\vec{u} && \forall k \in \mathbb{R}, \forall k' \in \mathbb{R} \\ k.\vec{0} &= \vec{0} \\ 0.\vec{u} &= \vec{0} \\ 1.\vec{u} &= \vec{u} \\ -1.\vec{u} &= -\vec{u} \\ k.\vec{u} = \vec{0} &\text{ssi } k = 0 \text{ ou } \vec{u} = \vec{0} && \forall k \in \mathbb{R} \\ \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} &= \overrightarrow{AC} && \text{(relation de Chasles)} \\ -\overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{BA} \\ \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} &\text{ssi } B = C\end{aligned}$$

Définition

Définition « ... et ... sont colinéaires »

$$\vec{u} \text{ et } \vec{v} \text{ sont colinéaires} \quad \text{ssi} \quad \vec{u} = \vec{0} \text{ ou } \vec{v} = \vec{0} \text{ ou } \exists k \in \mathbb{R}^*, \vec{u} = k.\vec{v}$$

Propriété

Soient $\vec{i}$ et $\vec{j}$ deux vecteurs non-colinéaires et x, y, x', y' des réels.

$$\text{Alors : } x\vec{i} + y\vec{j} = x'\vec{i} + y'\vec{j} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}.$$

Propriété

Les points A, B et C sont alignés ssi les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

Propriété

Les droites (AB) et (CD) sont parallèles ssi les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

10. Solutions détaillées

Solution de l'exercice 4

$$\begin{aligned}
 a) \quad \vec{BC} - \vec{BA} + \vec{BD} - \vec{BC} &= 1\vec{BC} - 1\vec{BC} - \vec{BA} + \vec{BD} \\
 &= \underbrace{(1-1)\vec{BC}}_{\vec{0}} - \vec{BA} + \vec{BD} \\
 &= \vec{0} - \vec{BA} + \vec{BD} \\
 &= -\vec{BA} + \vec{BD} \\
 &= \vec{AB} + \vec{BD} \\
 &= \vec{AD}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b) \quad (\vec{AB} + \vec{CD}) - (\vec{AB} - \vec{BC}) &= (\vec{AB} + \vec{CD}) - 1(\vec{AB} - \vec{BC}) \\
 &= 1\vec{AB} + \vec{CD} - 1\vec{AB} + \vec{BC} \\
 &= (1-1)\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} \\
 &= \vec{0} + \vec{BC} + \vec{CD} \\
 &= \vec{BC} + \vec{CD} \\
 &= \vec{BD}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c) \quad \vec{CD} - (\vec{FE} - \vec{GH}) - \vec{EH} - \vec{GF} - \vec{DK} + \vec{CK} \\
 &= \vec{CD} - \vec{FE} + \vec{GH} + \vec{HE} + \vec{FG} + \vec{KD} + \vec{CK} \\
 &= \vec{CD} + \vec{EF} + \vec{GE} + \vec{FG} + \vec{CD} \\
 &= 2\vec{CD} + \vec{EG} + \vec{GE} \\
 &= 2\vec{CD} + \vec{EE} \\
 &= 2\vec{CD} + \vec{0} \\
 &= 2\vec{CD}
 \end{aligned}$$

Solution de l'exercice 5

$$\begin{aligned}
 \vec{u} &= 3 \left(\vec{i} - \frac{2}{9} \vec{j} \right) - \frac{2}{3} \left(3 \vec{i} - \vec{j} \right) \\
 &= 3 \vec{i} - \cancel{3} \frac{2}{\cancel{9}_3} \vec{j} - \frac{2}{\cancel{3}_1} \cancel{3} \vec{i} + \frac{2}{3} \vec{j} \\
 &= (3 - 2) \vec{i} + \left(-\frac{2}{3} + \frac{2}{3} \right) \vec{j} \\
 &= \vec{i} + 0 \vec{j} \\
 &= \vec{i} + \vec{0} \\
 &= \vec{i}
 \end{aligned}$$

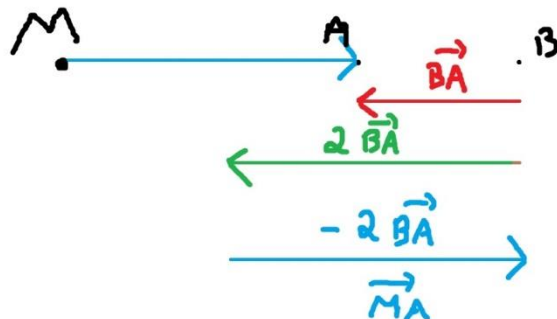
$$\begin{aligned}
 \vec{v} &= -\frac{1}{2} \left(\vec{i} - \vec{j} \right) + \frac{1}{2} \left(\vec{i} + \vec{j} \right) \\
 &= -\frac{1}{2} \vec{i} + \frac{1}{2} \vec{j} + \frac{1}{2} \vec{i} + \frac{1}{2} \vec{j} \\
 &= 0 \vec{i} + 1 \vec{j} \\
 &= 0 \vec{i} + \vec{j} \\
 &= \vec{j}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \vec{w} &= -\frac{3}{4} \left(2 \vec{i} + \vec{j} \right) + 2 \left(\frac{5}{2} \vec{i} - \frac{3}{4} \vec{j} \right) \\
 &= -\frac{3}{\cancel{4}_2} \cancel{2} \vec{i} - \frac{3}{4} \vec{j} + \cancel{2}_1 \frac{5}{\cancel{2}_1} \vec{i} - \cancel{2} \frac{3}{\cancel{4}_2} \vec{j} \\
 &= \left(-\frac{3}{2} + 5 \right) \vec{i} + \left(-\frac{3}{4} - \frac{3}{2} \right) \vec{j} \\
 &= \left(-\frac{3}{2} + \frac{10}{2} \right) \vec{i} + \left(-\frac{3}{4} - \frac{6}{4} \right) \vec{j} \\
 &= \frac{7}{2} \vec{i} - \frac{9}{4} \vec{j}
 \end{aligned}$$

Solution de l'exercice 6

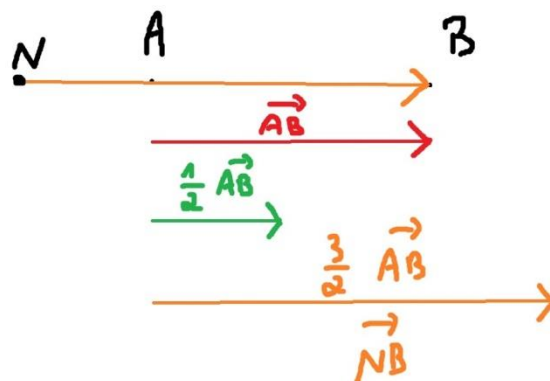
Exercice 1

a) $\vec{MA} = -2 \vec{BA}$. C $AB = 4\text{cm}$



b) $\vec{NB} = \frac{3}{2} \vec{AB}$

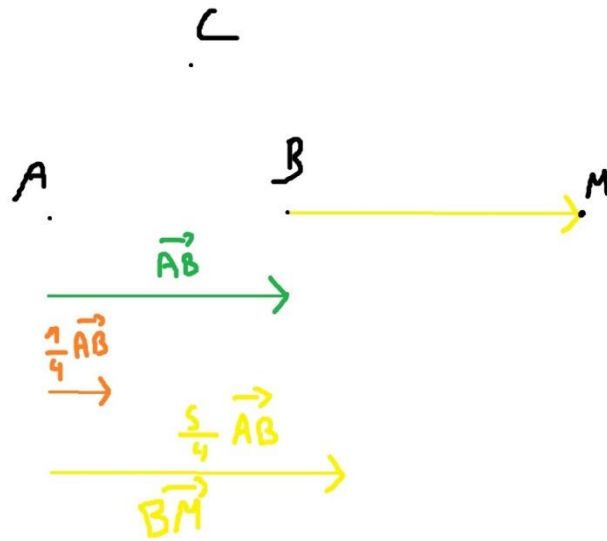
$AB = 4\text{cm}$



Exercise 2

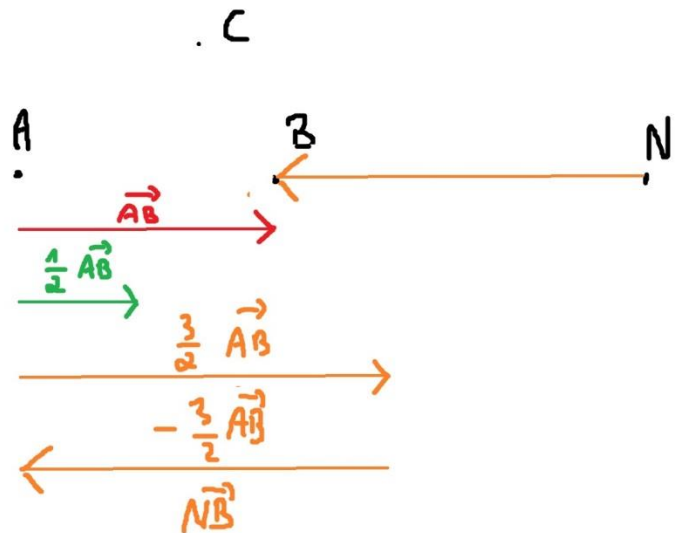
a) $\vec{BM} = \frac{5}{4} \vec{AB}$

$AB = 4 \text{ cm}$



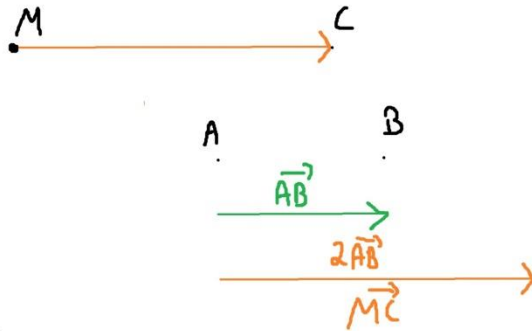
b) $\vec{NB} = -\frac{3}{2} \vec{AB}$

$AB = 4 \text{ cm}$



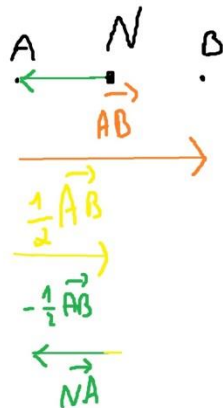
Exercise 3

a) $AB = 4\text{cm}$
 $\vec{MC} = 2\vec{AB}$



b) $\vec{NA} + \vec{NB} = \vec{0}$
 $\vec{NA} + \vec{NA} + \vec{AB} = \vec{0}$
 $2\vec{NA} + \vec{AB} = \vec{0} \quad / -\vec{AB}$
 $2\vec{NA} + \vec{AB} - \vec{AB} = \vec{0} - \vec{AB}$
 $2\vec{NA} = -\vec{AB} \quad / \div 2$
 $\vec{NA} = \frac{-1}{2} \vec{AB}$

c.



Exercise 4

a)

$$\vec{MA} + 2\vec{MB} = \vec{0}$$

$$\vec{MA} + 2(\vec{MA} + \vec{AB}) = \vec{0}$$

$$\vec{MA} + 2\vec{MA} + 2\vec{AB} = \vec{0}$$

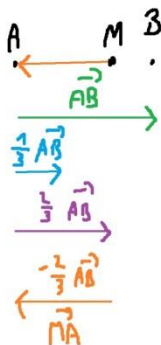
$$3\vec{MA} + 2\vec{AB} = \vec{0} \quad / -2\vec{AB}$$

$$3\vec{MA} = -2\vec{AB} \quad / 3$$

$$\vec{MA} = -\frac{2}{3}\vec{AB}$$

$$AB = 3 \text{ cm}$$

c



b)

$$2\vec{NA} = 6\vec{NB}$$

$$2\vec{NA} = 6(\vec{NA} + \vec{AB})$$

$$2\vec{NA} = 6\vec{NA} + 6\vec{AB} \quad / -6\vec{NA}$$

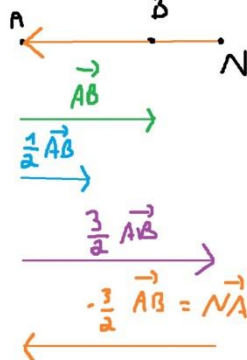
$$-4\vec{NA} = 6\vec{AB} \quad / : -4$$

$$\vec{NA} = \frac{6}{-4}\vec{AB}$$

$$\vec{NA} = -\frac{3}{2}\vec{AB}$$

$$AB = 4 \text{ cm}$$

c



Solution de l'exercice 7

$$1. \quad 3\vec{AB} - 2\vec{AC} = \vec{0} \quad / + 2\vec{AC}$$

$$3\vec{AB} = \vec{0} + 2\vec{AC}$$

$$3\vec{AB} = 2\vec{AC} \quad / : 3$$

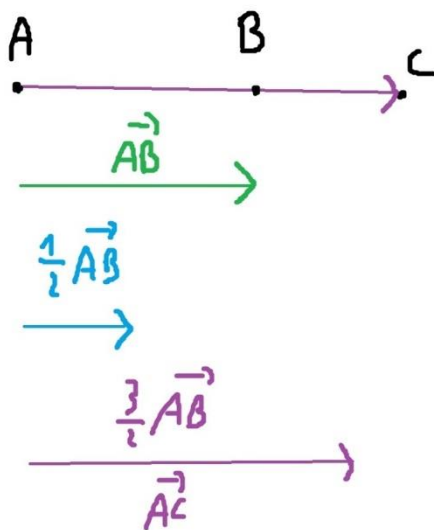
$$\vec{AB} = \frac{2}{3}\vec{AC}$$

$\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ sont colinéaires.

$$2. \quad \vec{AB} = \frac{2}{3}\vec{AC} \quad / \cdot \frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2}\vec{AB} = \vec{AC}$$

CAS $A \neq B$:



CAS $A = B$:

$$\begin{aligned} & \bullet A = B = C \\ & \vec{AB} = \vec{0} \\ & \vec{AC} = \frac{3}{2}\vec{0} = \vec{0} \end{aligned}$$

Solution de l'exercice 8

$$1. \frac{1}{2} \vec{AC} - \frac{1}{3} \vec{BC} = \vec{0} \quad / \cdot 6$$

$$\frac{6}{2} \vec{AC} - \frac{6}{3} \vec{BC} = \vec{0}$$

$$3 \vec{AC} - 2 \vec{BC} = \vec{0} \quad / + 2 \vec{BC}$$

$$3 \vec{AC} = 2 \vec{BC}$$

$$3 \vec{AC} = 2 (\vec{BA} + \vec{AC})$$

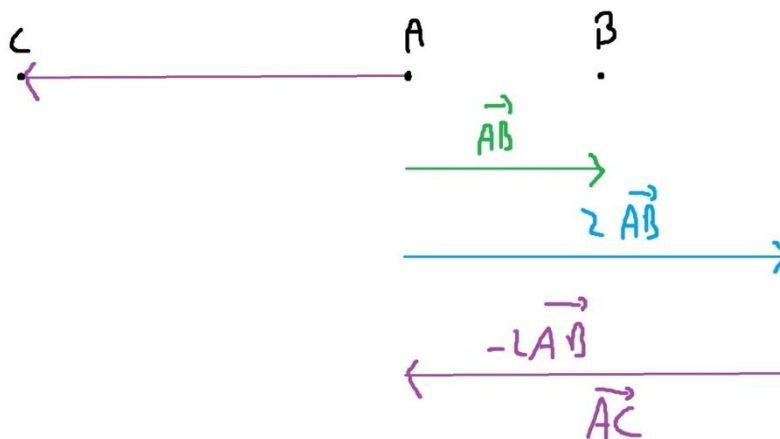
$$3 \vec{AC} = 2 \vec{BA} + 2 \vec{AC} \quad / - 2 \vec{AC}$$

$$\vec{AC} = 2 \vec{BA}$$

$$\vec{AC} = -2 \vec{AB}$$

$\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ sont colinéaires.

2. CAS $A \neq B$:



CAS $A = B$:

$$A = B = C$$

$$\vec{AB} = \vec{0}$$

$$\vec{AC} = -2 \vec{AB} = -2 \vec{0} = \vec{0}$$

Solution de l'exercice 9

$$\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$$

$$\vec{v} = \frac{2}{3}\vec{i} - \vec{j}$$

$$\vec{u} = 3 \left(\frac{2}{3}\vec{i} - \vec{j} \right)$$

$$\vec{u} = 3\vec{v}$$

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

Solution de l'exercice 10

$$\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$$

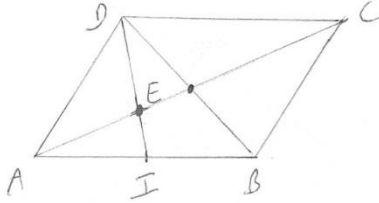
$$\vec{v} = \frac{-1}{3}\vec{i} - \frac{1}{2}\vec{j}$$

$$\vec{u} = -6 \left(\frac{-1}{3}\vec{i} - \frac{1}{2}\vec{j} \right)$$

$$\vec{u} = -6\vec{v}$$

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

Solution de l'exercice 11



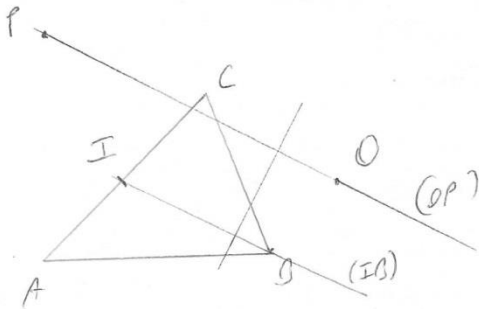
$$\begin{aligned}
 1) \quad \vec{AE} &= \vec{AD} + \vec{DE} = \vec{AD} + \frac{2}{3} \vec{DI} = \frac{1}{3} \vec{AD} + \frac{2}{3} \vec{AD} + \frac{2}{3} \vec{AI} \\
 &= \frac{1}{3} \vec{AD} + \frac{2}{3} (\vec{AD} + \vec{DI}) \\
 &= \frac{1}{3} \vec{AD} + \frac{2}{3} \vec{AE} = \frac{1}{3} \vec{AD} + \frac{2}{3} \left(\frac{1}{2} \vec{AB} \right) \text{ car I est le milieu de (AB)} \\
 &= \frac{1}{3} \vec{AB} + \frac{1}{3} \vec{AD}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad \text{On a } \vec{AE} &= \frac{1}{3} \vec{AB} + \frac{1}{3} \vec{AD} \\
 &= \frac{1}{3} (\vec{AD} + \vec{AB}) \text{ car } \vec{AD} = \vec{BC} \text{ car } ABCD \text{ est un parallélogramme} \\
 &= \frac{1}{3} \vec{AC}
 \end{aligned}$$

Donc, $\vec{AB}$ et $\vec{AD}$ sont indépendants.

Donc, les points A, E et C sont alignés.

Solution de l'exercice 12



$$\begin{aligned}
 \vec{OP} &= \vec{OA} - 2\vec{OB} + \vec{OC} = -\vec{AO} - \vec{OB} - \vec{OB} + \vec{OC} = -\vec{AB} + \vec{BC} \\
 &= -(\vec{AC} + \vec{IB}) + (\vec{BC} + \vec{IC}) = -\vec{AC} - \vec{IB} + \vec{BC} + \vec{IC} \\
 &= (\vec{IA} + \vec{IC}) + \vec{BC} + \vec{IC} \\
 &= \vec{OA} + 2\vec{BI} \\
 &= 2\vec{BI}
 \end{aligned}$$

$\vec{OP}$ et $\vec{BI}$ sont colinéaires.

(OP) et (IB) sont parallèles.